**UTN** **ALUMNO:........................................**

**Ingeniería de Sistemas** **PARCIAL 1: 13/11/21**

**Investigación Operativa**

La empresa GRILLO desea establecer su plan de producción para sus tres productos A, B y C sujeto a las siguientes tres restricciones: demanda mínima conjunta de los tres productos (140 unid/mes), mano de obra (850 horas – hombre por mes) y materia prima (720 Kg por mes). Los requerimientos de mano de obra por cada unidad producida de cada producto son (5, 4, 3) respectivamente y los requerimientos de materia prima (2, 5, 6), respectivamente. Se sabe además que los beneficios unitarios de los productos son, respectivamente: \$6, \$4 y \$1.

**Observación importante: respetar el orden en que han sido dadas las restricciones**

**Tabla Óptima**

| Ck | Xk | B | $A_1$ | $A_2$ | $A_3$ | $A_4$ | $A_5$ | $A_6$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | | |
| | $X_1$ | | | | | | 1/5 | |
| | $X_4$ | | | | | | 1/5 | |
| | $X_6$ | | | | | | -2/5 | |
| | | | | | | | | |

Se pide:

a) Armar la tabla inicial del Simplex y completar la tabla óptima sin usar el Método Simplex
b) Cuál es el beneficio mínimo que debería tener el producto C para que convenga producirlo. Justificar
c) Cuánto sería lo máximo que estaría dispuesto a pagar por una h-h adicional? Justificar
d) Qué cambios se producen en la solución hallada si la restricción de producción mínima se reduce a 100 unidades, cambia el funcional? Cambia la estructura de la solución óptima?. Justificar
e) Hallar el rango de variación del beneficio unitario de A dentro del cual no se altera la estructura de la solución óptima hallada
f) Determinar si es conveniente fabricar un nuevo producto que requiere 5 hs. de mano de obra, 3 Kg. de materia prima y participa en la restricción de demanda mínima, si su beneficio unitario es de \$9. En caso afirmativo, calcular la nueva solución.
g) Determinar si se altera la solución hallada al agregarse una restricción de combustible, según la cual, se necesitan 4, 3 y 2 litros/unidad para los productos A, B y C respectivamente y se dispone de 600 litros. En caso de modificarse, encontrar la nueva tabla óptima del dual.

| IO | Parcial | HOJA N° 1 FECHA 13-11-21 |
|---|---|---|

La empresa Grillo desea establecer su plan de producción para sus 3 productos A, B y C sujeto a los sig. restricciones:

$X_4$ demanda mínima conjunta de los tres productos (140 u/mes)
$X_5$ mano de obra (850 HH/mes)
$X_6$ materia prima (720 kg/mes)

Los requerimientos de MO por cada unidad producida de cada producto son 5, 4 y 3 resp. y los req. de MP 2, 5 y 6 resp.

Se sabe que los beneficios unitarios son, resp = \$6, \$4 y \$1

Tabla óptima

$M \begin{pmatrix} 140 \\ 850 \\ 720 \end{pmatrix}$ $M \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix}$ $M \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix}$

| $C_k$ | $X_k$ | $B_k$ | $A_1$ | $A_2$ | $A_3$ | $A_4$ | $A_5$ | $A_6$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 6 | $X_1$ | 170 | 1 | 0,8 | 0,6 | 0 | 1/5 | 0 |
| 0 | $X_4$ | 30 | 0 | -0,2 | -0,4 | 1 | 1/5 | 0 |
| 0 | $X_6$ | 380 | 0 | 3,4 | 4,8 | 0 | -2/5 | 1 |
| | $Z = 1020$ | | 0 | 0,8 | 2,6 | 0 | 6/5 | 0 |
| | | | $y_4$ | $y_5$ | $y_6$ | $y_1$ | $y_2$ | $y_3$ |

$6/5 = 1,2$

Se pide:

a) Armar la tabla inicial del Simplex y completar la tabla óptima sin usar el método Simplex

DM) $X_1 + X_2 + X_3 \geq 140$
MO) $5X_1 + 4X_2 + 3X_3 \leq 850$
MP) $2X_1 + 5X_2 + 6X_3 \leq 720$

$Z = 6X_1 + 4X_2 + X_3$ (MAX)

$$M_{inv} = \begin{pmatrix} 0 & 1/5 & 0 \\ -1 & 1/5 & 0 \\ 0 & -2/5 & 1 \end{pmatrix}$$

$<0$

| | | $C_j$ | 6 | 4 | 1 | 0 | 0 | 0 | -M |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $C_k$ | $X_k$ | $B_k$ | $A_1$ | $A_2$ | $A_3$ | $A_4$ | $A_5$ | $A_6$ | $\mu$ |
| -M | $\mu$ | 140 | 1 | 1 | 1 | -1 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | $X_5$ | 850 | 5 | 4 | 3 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | $X_6$ | 720 | 2 | 5 | 6 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| | $Z = -140M$ | | -M-6 | -M-4 | -M-1 | M | 0 | 0 | 0 |

$-1 \rightarrow$ cambia signo 1° col

NOTA

b) ¿Cuál es el beneficio mínimo que debería tener el producto C para que convenga producirlo?

Costo de oportunidad de C = \$2,6
Beneficio "original" = \$1
$\overline{3,6}$ → $\boxed{\text{Benef Min}_C = \$3,6}$

c) ¿Cuánto sería lo máximo que estaría dispuesto a pagar por una ~~HH~~ adicional?

El valor marginal de M.O es \$ 1,2 ⟶ $\boxed{\text{Máx} = \$1,2}$

d) ¿Qué cambios se producen en la ~~unidad~~ solución hallada si la restricción de producción mínima se reduce a 100 u? ¿Cambia el funcional? ¿Cambia la estructura de la solución óptima?

DM original = 140 → $X_4$ → sobrante 30 → se producen 170 unidades

La producción cubre las 100 unidades → $\boxed{\text{el funcional NO CAMBIA}}$

$\boxed{\text{No cambia la estructura}}$

M m
$\hat{\ }$ − +
$\check{\ }$ + −

e) Hallar el rango de variación del beneficio unitario de A dentro del cual no se altera la estructura de la solución óptima hallada.

A → $X_1$ : variable básica → P/$C_1$ busco $a_{ij} < 0$ → ∄ → $\boxed{C_{1\,sup} = +\infty}$

P/$C_{1\,inf} = 6 - \left[\frac{0,8}{0,8} ; \frac{2,6}{0,6} ; \frac{6/5}{1/5}\right]_{min} = 6 - 1$ → $\boxed{C_{1\,inf} = 5}$

f) Determinar si es conveniente fabricar un nuevo producto que requiere 5 hs de MO, 3 kg de MP y participa en la restricción de demanda mínima, si su beneficio es \$ 9. En caso afirmativo, calcular la nueva solución.

$$\begin{aligned}
DM)\quad & X_1 + X_2 + X_3 + X_7 \geq 140 \\
MO)\quad & 5X_1 + 4X_2 + 3X_3 + 5X_7 \leq 850 \\
MP)\quad & 2X_1 + 5X_2 + 6X_3 + 3X_7 \leq 720
\end{aligned}$$

$-\overset{0}{y_1} + 5\overset{1,2}{y_2} + 3\overset{0}{y_3} = 6 < 9$ — conviene fabricar el nuevo producto

S/tabla óptima: $y_1 = y_3 = 0$, $y_2 = 1,2$

$$M = \begin{pmatrix} 0 & 0,2 & 0 \\ -1 & 0,2 & 0 \\ 0 & -0,4 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow A_7 = M \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

| 10 | Parcial | HOJA N° 2 <br> FECHA 13-11-21 |
|---|---|---|

| | | | 6 | 4 | 1 | 0 | 0 | 0 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $C_k$ | $X_k$ | $B_k$ | $A_1$ | $A_2$ | $A_3$ | $A_4$ | $A_5$ | $A_6$ | $A_7$ |
| 6 | $X_1$ | 170 | 1 | 0,8 | 0,6 | 0 | 0,2 | 0 | 1 |
| 0 | $X_4$ | 30 | 0 | -0,2 | -0,4 | 1 | 0,2 | 0 | 0 |
| 0 | $X_6$ | 380 | 0 | 3,4 | 4,8 | 0 | -0,4 | 1 | 1 |
| | Z = 1020 | | 0 | 0,8 | 2,6 | 0 | 1,2 | 0 | -3 |

sale X1

entra $X_7$

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 9 | $X_7$ | 170 | 1 | 0,8 | 0,6 | 0 | 0,2 | 0 | 1 |
| 0 | $X_4$ | 30 | 0 | -0,2 | -0,4 | 1 | 0,2 | 0 | 0 |
| 0 | $X_6$ | 210 | -1 | 2,6 | 4,2 | 0 | -0,6 | 1 | 0 |
| | Z = 1530 | | 3 | 3,2 | 4,4 | 0 | 1,8 | 0 | 0 |

Tabla óptima

g) Determinar si se altera la solución hallada al agregarse una restricción de combustible, según el cual se necesitan 4, 3 y 2 litros por unidad para los productos A, B y C resp. y se dispone de 600 l. En caso de modificarse, encontrar la nueva tabla óptima del dual

Nueva restricción: Comb) $4X_1 + 3X_2 + 2X_3 \leq 600$

Si sol. óptima hallada $\Rightarrow X_1 = 170,\ X_2 = X_3 = 0 \rightarrow 4 \times 170 = \underline{680 < 600}$

se necesitan más combustible del disponible

Se altera la sol. óptima

PA) $-y_1 + 5y_2 + 2y_3 \geq 6$

PB) $-y_1 + 4y_2 + 5y_3 \geq 4$

PC) $-y_1 + 3y_2 + 6y_3 \geq 1$

$$\begin{bmatrix} -1 & & \\ & -1 & \\ & & -1 \end{bmatrix}$$

hay que cambiar los signos

(MIN) $Z = -140y_1 + 850y_2 + 720y_3$

NOTA

Paso de la tabla óptima directa a la óptima dual

| | | | -140 | 850 | 720 | | | | 600 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $C_R$ | $y_R$ | $B_R$ | $A'_1$ | $A'_2$ | $A'_3$ | $A'_4$ | $A'_5$ | $A'_6$ | $A'_7$ | |
| 850 | $y_2$ | 1,2 | -0,2 | 1 | 0,4 | -0,2 | 0 | 0 | 0,8 | 1,5 |
| 0 | $y_5$ | 0,8 | 0,2 | 0 | -3,4 | -0,8 | 1 | 0 | 0,2 | 4 |
| 0 | $y_6$ | 2,6 | 0,4 | 0 | -4,8 | -0,6 | 0 | 1 | 0,4 | 6,5 |
| Z = 1020 | | | -30 | 0 | -380 | -170 | 0 | 0 | 80 | |
| | | | $x_4$ | $x_5$ | $x_6$ | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | | |

sale $y_2$

entra $y_7$

$$M = \begin{pmatrix} 0,2 & 0 & 0 \\ 0,8 & -1 & 0 \\ 0,6 & 0 & -1 \end{pmatrix} \rightarrow A'_7 = M \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,8 \\ 0,2 \\ 0,4 \end{pmatrix}$$

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 600 | $y_7$ | 1,5 | -0,25 | 1,25 | 0,5 | -0,25 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | $y_5$ | 0,5 | 0,25 | -0,25 | -3,5 | -0,75 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | $y_6$ | 2 | 0,5 | -0,5 | -5 | -0,5 | 0 | 1 | 0 |
| Z = 900 | | | -10 | -100 | -420 | -150 | 0 | 0 | 0 |

tabla óptima dual

NOTA